

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE GESTÃO DE PESSOAS
DEPARTAMENTO DE INGRESSOS/PROEN
CONCURSO PÚBLICO – CARREIRA DOCENTE – EDITAL Nº 03/GR-IFCE/2013

ÁREA DE ESTUDO: CÓDIGO 28

Matemática Básica; Álgebra Linear; Cálculo Diferencial e Integral

01. (20 pontos) Determine a solução de cada item a seguir.

a) **(10 pontos)** Se $f(\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cotg}^2 x + \cos^2 x) = \sec^2 x + \sec^4 x + \operatorname{cosec}^2 x + \operatorname{cosec}^4 x$, qual o valor de $f(4) + f(5)$?

b) **(10 pontos)** Uma elipse de equação $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tangencia a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 10$ e a reta $3y + 4x - 12 = 0$ é tangente a elipse no ponto P. Determine as coordenadas de P.

02. (15 pontos) Calcule a integral $\int_C xy \, ds$, em que C é a curva dada pelas equações $x^2 + y^2 = 9$ e $y + z = 18$.

03. (20 pontos) Mostre que $\int_0^1 (x+1)^n (1-x)^n \, dx = \frac{4^n (n!)^2}{(2n+1)!}$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

04. (30 pontos) Sejam U_1 , U_2 e U subespaços vetoriais de V , tais que $U_1 \subset U$ e $U_2 \subset U$.

a) **(10 pontos)** Mostre que $U = U_1 \oplus U_2$, se, e somente se, todo elemento $u \in U$ se escreve de modo único como $u = u_1 + u_2$, em que $u_1 \in U_1$ e $u_2 \in U_2$.

b) **(5 pontos)** Exiba dois subespaços vetoriais U_1 e U_2 , tais que $\mathbb{R}^3 = U_1 \oplus U_2$.

c) **(15 pontos)** Considere U_1 o conjunto das matrizes simétricas $n \times n$ e U_2 o conjunto das matrizes antissimétricas $n \times n$ no espaço vetorial $M(n \times n)$ das matrizes $n \times n$. Mostre que U_1 e U_2 são subespaços vetoriais de $M(n \times n)$ e que além disso U_1 e U_2 satisfazem a igualdade $M(n \times n) = U_1 \oplus U_2$.

05. (15 pontos) Considere a função $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{1}{x}$. Calcule a área da superfície obtida por meio da rotação do gráfico de f em torno do eixo x , com $x \in [1, \infty)$.