INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ
PRÓ-REITORIA DE GESTÃO DE PESSOAS
DEPARTAMENTO DE INGRESSOS/PROEN
CONCURSO PÚBLICO – CARREIRA DOCENTE – EDITAL Nº 03/GR-IFCE/2013

ÁREA DE ESTUDO: CÓDIGO 16
Cálculo Diferencial e Integral; Estatística

01. (20 pontos) Seja $\Omega = \{a_1, a_2, a_3, ..., a_n\}$ um espaço amostral finito e p_i a probabilidade do evento $\{a_i\}$

a) (6 pontos) Quais condições devem satisfazer os p_i, para que seja uma distribuição de probabilidade sobre Ω ?

b) (6 pontos) Seja A um evento qualquer de Ω. Dê a definição da probabilidade do evento A, notação *p*(*A*).

c) (8 pontos) Seja $\Omega = \{0, 1, 2, 3, ..., 10\}$ um espaço amostral. Demonstre que os valores $p_i = p(i) = \binom{10}{i}(0,6)^i(0,4)^{10-i}, \forall i \in \{0, 1, 2, 3, ..., 10\}$, definem sobre Ω uma distribuição de probabilidade; em seguida, calcule a probabilidade do evento $A = \{0,5,10\}$.

02. (20 pontos) Sobre Integrais e derivadas, responda.

a) (4 pontos) Defina função integrável em um intervalo *I*.

b) (4 pontos) Teorema: toda função contínua é integrável.
A recíproca desse teorema é verdadeira ou falsa?
Caso seja falsa, dê um contraexemplo.
Caso seja verdadeira, prove.

c) (4 pontos) Afirmação: toda função integrável no intervalo *I* tem primitiva neste intervalo.
Essa afirmação é falsa ou verdadeira?
Caso seja falsa, dê um contraexemplo.
Caso verdadeira, prove.

d) (4 pontos) Mostre que a função $f(x) = \sqrt{x}$, $f : [0, +\infty[\to \Re$ não tem derivada no ponto $x = 0$.

e) (4 pontos) Sejam *f* e *g* funções deriváveis num conjunto *A*, com *f(x)* > *0*, para todo $x \in A$.
Considere uma função definida em *A* e dada por $y = f(x)^{g(x)}$.
Determine a derivada de *y*.

Após as resoluções das integrais e derivadas pertinentes às questões 03 e 04, o resultado pode ser representado na forma de frações, raízes, funções trigonométricas, logaritmos ou do símbolo π.

03. (28 pontos) Seja uma função *f(x)* contínua no intervalo fechado [*a, b*]:

a) (2 pontos) Prove o Teorema do Valor Médio para Integrais, utilizando *f.*

b) (26 pontos) Considere a função $\Phi(x) = \int_a^x f(t)dt$ para $x \in [a,b]$. Prove o Teorema fundamental do Cálculo – TFC (1ª e 2ª partes).

i. (10 pontos) 1ª parte do TFC

ii. (10 pontos) 2ª parte do TFC

iii. (6 pontos) Calcule o comprimento do arco da função $h(x) = \int_x^b tg(t)dt$ entre $x = -\frac{1}{3}\pi$ e $x = -\frac{1}{6}\pi$, para:

1. (2 pontos) $b = \frac{1}{3}\pi$

2. (2 pontos) $b = 0$

3. (2 pontos) Explique, de forma discursiva, os resultados obtidos.

Considere que o domínio da função tangente, *tg(t)*, é o intervalo aberto $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

04. (20 pontos) Considere as funções $f(x) = -x^2 + 2$ e $g(x) = x$.

a) (4 pontos) Calcule a área limitada por *f(x)* e *g(x).*

b) (16 pontos) Calcule o volume do sólido de revolução originado pela rotação desta área em torno da reta $x = 4$;

i. (8 pontos) Pelo método dos discos (anéis circulares)

ii. (8 pontos) Pelo método das camadas cilíndricas

05. (12 pontos) Sistemas lineares de elevada ordem surgem frequentemente em problemas numéricos de Engenharia. A solução desses sistemas está intimamente relacionada à habilidade no trato com matrizes e suas propriedades, das quais destacamos:

a) (6 pontos) Sejam A e B duas matrizes *n* por n no corpo $\Re$, e suponhamos que B é inversível. Mostre que $(B^{-1}AB)^n = B^{-1}A^nB$.

b) (6 pontos) Duas matrizes A e B são semelhantes, se existe *P* inversível, tal que $A=PBP^{-1}$. Mostre que, se A e B são semelhantes, então $tr(A) = tr(B)$, onde *tr* é o traço da matriz.